ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2006 අප්‍රේල්

සංයුක්ත ගණිතය I | පැය තුනයි.

01)(a). $px^2+qx+r=0$ වර්ගජ සමීකරණයට සමපාත මූල තිබීම සඳහා අවශ්‍යතාව සොයන්න. මෙහි p,q හා r තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.
a,b හා c තාත්වික සංඛ්‍යා ද, $a(b-c)x^2+b(c-a)x+c(a-b)=0$ යන වර්ගජ සමීකරණයට සම්පාත මූල තිබෙයි නම් ද එවිට $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{2}{b}$ බව පෙන්වන්න.

(b). $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ ප්‍රකාශනයෙහි සාධක සොයන්න.

02). වෙනස් උස ප්‍රමාණ ඇති ළමයින් 12 ක් කණ්ඩායම් දෙකකට බෙදීමට අවශ්‍යව ඇත.

i. එක් කණ්ඩායමක් ළමයින් 7 කින් ද, අනෙත් කණ්ඩායම ළමයින් 5කින් ද සමන්විත වේ නම්,
ii. එක් එක් කණ්ඩායම ළමයින් 6කින් සමන්විත වේ නම්,
iii. එක් එක් කණ්ඩායම ළමයින් 6කින් සමන්විත වී උසම හා මිටිම ළමයින් දෙදෙනා එකම කණ්ඩායමකට අයත්විය යුතු නම්,

ඉහත බෙදීම කළ හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(b). ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද්විපද ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.
$3(x+y)^n$ ප්‍රකාශනයෙහි x හා y සඳහා සුදුසු අගයන් තෝරා ගනිමින් 3^{2n+1} යන්න $7k+3(2^n)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි k හා n ධන නිඛිල වේ.

ඒ නයින්, ධණ නිඛිලමය n සඳහා $3^{2n+1}+2^{n+2}$ යන්න 7 න් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

03)(a). P යනු නිඛිලයක් යැයි ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු ධණ නිඛිලමය n සඳහා $p^{n+1}+(P+1)^{2n-1}$ යන්න p^2+p+1 යන්නෙන් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

(b). $\frac{1}{1+1^2+1^4}+\frac{2}{1+2^2+2^4}+\frac{3}{1+3^2+3^4}+\cdots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ලියා දක්වන්න.

I. $U_r = \frac{1}{2}\left\{f(r) - \frac{1}{1+r+r^2}\right\}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $f(r)$ යනු r හි නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයක් වෙයි.

II. $f(r+1)$ සොයා $U_r = \frac{1}{2}\{f(r) - f(r+1)\}$ බව පෙන්වන්න.

III. දෙන ලද ශ්‍රේණියක පද n දක්වා ඓක්‍යය $\frac{n(n+1)}{2(1+n+n^2)}$ බව සාධනය කරන්න.

04)(a). $\frac{cos\alpha + i\, sin\alpha}{cos\beta + i\, sin\beta} = \cos(\alpha - \beta) + i\sin(\alpha - \beta)$ බව පෙන්වන්න.

$\mathcal{Z}_1 = -1 + i$ සහ $\mathcal{Z}_2 = 1 + i\sqrt{3}$ යැයි ගනිමු. $\frac{\mathcal{Z}_1}{\mathcal{Z}_2}$ හි තාත්වික කොටස සහ අතාත්වික කොටස සොයන්න.

$\mathcal{Z}_1$ හා $\mathcal{Z}_2$ එක එකක් $r(cos\theta + isin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $r > 0$ සහ $0 < \theta < \pi$ වේ.

$cos\frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b). R යනු ආර්ගන්ඩ් සටහනෙහි, $0 \leq Im\mathcal{Z} \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ සහ $|\mathcal{Z} - 2| \leq 1$ අවශ්‍යතා සපුරාලන $\mathcal{Z}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විත පෙදෙස යැයි ගනිමු. R පෙදෙස අඳුරු කර , $\mathcal{Z}$ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය R පෙදෙස පුරා විචලනය වන විට $\mathcal{Z}$ හි ප්‍රධාන විස්තාරය ‘Arg $\mathcal{Z}$’ විශාලතම වන පරිදි $\mathcal{Z}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

05)(a). $y = (1 + 4x^2)tan^{-1}(2x)$ ලෙස ගනිමු.

i. $(1 + 4x^2)\frac{dy}{dx} - 8xy = 2(1 + 4x^2)$ සහ

ii. $(1 + 4x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 8y = 16x$

බව පෙන්වන්න.

$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}$ සොයන්න.

(b). සංවෘත්ත ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක්, එහි පරිමාව $1024\pi cm^3$ වන පරිදි සෑදිය යුතුව ඇත. එහි මුලු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවමයක් කරනු ලබන සිලින්ඩරයේ අරය සොයන්න.

07)(a). සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන්,
$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+2cosx+sinx}$ අනුකලය අගයන්න.
(b). කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int e^{4x} sin3x\ dx$ සොයන්න.

(c). භින්න භාග භාවිතයෙන් $\int \frac{dx}{x^3+1}$ සොයන්න.

07) $px + qy + r = 0$ සරල රේඛා අනුබද්ධයෙන් (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයෙහි ප්‍රතිබිම්භයේ බණ්ඩාංක $(x_1 - p\lambda , y_1 - q\lambda)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාෂ කරන්න. මෙහි λ යනු නිර්ණය කළයුතු නියතයක් වෙයි. එනයින් $px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව අනුබද්ධයෙන් $lx + my + n = 0$ රේඛාවේ ප්‍රතිබිම්භය සොයන්න.
ABCD රොම්බසයෙහි AB පාදයේ සහ AC විකර්ණයේ සමීකරණ පිළිවෙලින් $3x - y + 6 = 0$ සහ $x - y + 8 = 0$ වෙයි. B ශීර්ෂයෙහි බණ්ඩාංක (3,15) වෙයි. A,C සහ D හි බණ්ඩාංක ප්‍රකාශිත ලෙස නොසොයා , රොම්බසයෙහි ඉතිරි පාද තුනේ සමීකරණ සොයන්න.

08). (x_0, y_0) භාහිර ලක්ෂ්‍යයේ සිට $x^2+y^2 = a^2$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක වල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය ලබා ගන්න.
(1,1) , (-1,0) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයක් $S \equiv x^2+y^2-a^2 = 0$ වෘත්තය P හා Q ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍යය දෙකකදී ඡේධනය කරයි. S = 0 වෘත්තයට P සහ Q දී ඇඳි ස්පර්ශකය R දී හමුවේ. R ලක්ෂ්‍යය $(2a^2-3)x + (a^2-1)y - a^2 = 0$රේඛාව මත පිහිටින බව පෙන්වන්න.

09)(a). (i). $sin3\theta = cos2\theta$ සමීකරණය විසඳීමෙන් $sin18° = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(ii). $\frac{\pi}{4} = 2tan^{-1}\frac{1}{3} + tan^{-1}\frac{1}{7}$ සහ
$tan^{-1}\frac{1}{3} = tan^{-1}\frac{1}{7} + tan^{-1}\frac{2}{11}$ බව පෙන්වන්න.
$\frac{\pi}{4} = 2tan^{-1}\frac{2}{11} + 3tan^{-1}\frac{1}{7}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b). සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කර කොසයින් නීතිය අපෝහනය කරන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක සුපුරුදු අංකනයෙන්,$\frac{b+c}{5} = \frac{c+a}{6} = \frac{a+b}{7}$ බව දී ඇත.

i. $\frac{sinA}{4} = \frac{sinB}{3} = \frac{sinC}{2}$

ii.

iii. $\frac{cosA}{-1} = \frac{4\,cosB}{11} = \frac{2\,cosC}{7}$ බව පෙන්වන්න.