ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2006 අප්‍රේල්

සංයුක්ත ගණිතය II	පැය තුනයි

01)(a). ඍජු පාරක සිටින මිනිසෙක්, තමාගෙන් යම් දුරක් ඉදිරියෙන් වූ බස්නැවතුමක නිශ්චල්තාවේ සිට නියත ත්වරණයකින් ගමන් අරඹන බස් රථයක් දකියි. ක්ෂණිකව, ඔහු බස් රථය පසුපස ඒකාකාර $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් දුව ගොස් තත්පර T කාලයක දී එයට යන්තමින් ගොඩවීමට සමත් වෙයි. මිනිසා සහ බස් රථය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර, එකම රූප සටහනක අඳින්න.
u සහ T ඇසුරෙන් බස් රථයේ ත්වරණයත්, බස් නැවතුමේ සිට මිනිසාගේ ආරම්භක දුරත් සොයන්න.

(b). එකිනෙක මීටර d දුරකින් වූ ඍජු සමාන්තර ඉවුරු දෙකක් සහිත ගඟක ජලය නියත $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ගලයි. ජලයට සාපේක්ෂව $2u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් චලනය වන බෝට්ටුවකට ඍජු ගමන් මගක් ඔස්සේ එක ඉවුරක් A ලක්ෂ්‍යයක සිට අනෙක් ඉවුරේ B ලක්ෂ්‍යයක් වෙත ගොස් ආපසු A වෙත පැමිණීමට අවශ්‍ය වෙයි. උඩු ගං දිශාව සමග $\overrightarrow{AB}$ එක්තරා α සුළු කෝණයක් සාදන අතර , A සිට B දක්වා ගමනට ගතවන කාලය , B සිට A දක්වා ගමනට ගතවන කාලය මෙන් දෙගුණයක් වෙයි . A සිට B වෙත ගමන සහ ආපසු ගමන සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ

i. $\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{8}}$ බව ද ,

ii. A සිට B වෙත ගමනේ දී ඉවුරුවලට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $u\sqrt{\frac{3}{2}}$

බව ද පෙන්වන්න. බෝට්ටුව ගමන් දෙකට ගන්නා මුළු කාලය අපෝහනය කරන්න.

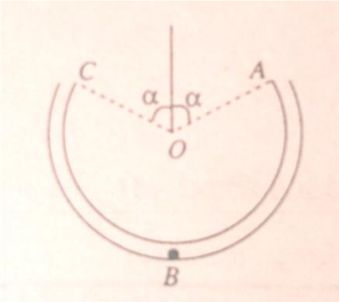
02)(a). ස්කන්ධය M වූ සුමට කූඤ්ඤයක් , සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත . ආරම්භයේදී , එහි තිරසට ආනතිය α වූ තලය මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සීරුවෙන් තබනු ලැබේ.ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ , කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව v ප්‍රවේගයක් අංශුව ලබා ගන්නා විට කූඤ්ඤයේ ප්‍රවේගය $\frac{mv\,cos\alpha}{M+m}$ බව පෙන්වන්න.

මෙම මොහොතේදී , කූඤ්ඤයට සවිකර ඇති අප්‍රත්‍යාස්ථ භාධකයක ගැටී , අංශුව කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව නිශ්චල තාවට පැමිනෙයි නම් , කූඤ්ඤයේ ප්‍රවේගයත් මේසය මත ආවේගයත් සොයන්න.

(b). සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් සුමට අචල කප්පියක් උඩින් යයි. තන්තුවේ එක් කෙළවරක ස්කන්ධය M වූ බාල්දියක් සහ අනෙත් කෙළවරින් සමාන ස්කන්ධ සහිත ප්‍රතිතෝලකයක් දරයි. බාල්දියේ තිරස් පතුල සමඟ u ප්‍රවේගයෙන් ගැටෙන පරිදි , ස්කන්ධය m වූ කුඩා බෝලයක් සිරස්ව අතහරිනු ලැබේ . ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ නම් , $\frac{m(1+e)u}{2M+m}$ ප්‍රවේගයෙන් බාල්දිය චලනය වීමට පටන් ගන්නා බව පෙන්වා , තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

බෝලයේත් බාල්දියේත් පළමු සහ දෙවන ගැටුම අතර කාලය සොයන්න.

03)(a). පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රය O අරය a සහ කෝණය $2(\pi-\alpha)$ වූ වෘත්ත චාපයක ආකාරයෙන් නමන ලද ABC සුමට සිහින් නලයකි; මෙහි α සුළු කෝණයක් වෙයි. A, C විවෘත්ත දෙකෙළවර එකම තිරස් මට්ටමේ තිබෙන පරිදි, නළය සිරස් තලයක සවිකර ඇත. නළය ඇතුලත පහත් ම B ලක්ෂ්‍යයෙහි අංශුවක් තබා, නළය දිගේ, තිරස් u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව , නළය දිගේ A කෙළවරට පැමිණ අනතුරුව නිදහසේ ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ශිප්තයක් ලෙස චලිත වී , C කෙළෙවරින් නැවත ඇතුල් වේ. අංශුව A හි දී නලයෙන් ඉවත් වන විට එහි ප්‍රවේගය සොයා , $u^2 = ga[2(1+\cos\alpha)+\sec\alpha]$ බව පෙන්වන්න.



තව ද, අංශුව ළඟාවන උපරිම උස O ට ඉහළින් $\frac{a}{2}(\cos\alpha+\sec\alpha)$ බවත් පෙන්වන්න.

(b). කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අචල ගෝලයක පිටත සුමට පෘෂ්ඨය මත A ලක්ෂ්‍යයක නිශ්චලතාවේ සිට P අංශුවක් මුදා හරිනු ලැබේ; මෙහි OA , උඩු සිරස සමග α සුළු කෝණයක් සාදයි. P අංශුව තවමත් ගෝලය මත තිබියදී , OP උඩු සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට $a\dot{\theta}^2 = 2g(\cos\alpha-\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

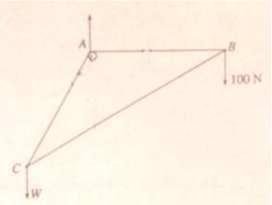
P අංශුව ගෝලයෙන් ඉවතට යන ලක්ෂ්‍යයෙහි θ හි අගය සොයන්න.

04)(a). විදුලි දුම්රියක් $3000\ kw$ ජවයකින් ක්‍රියා කරන අතර, සමතලා මාර්ගයක $160\ kmh^{-1}$ නියත වේගයක් පවත්වාගෙන යයි. එහි චලිතයට ප්‍රතිරෝධය ගණනය කරන්න.
දුම්රියේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය පළමු පරිදිම තිබිය දී දුම්රිය පළමු ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරයි. දුම්රියේ ස්කන්ධය ටොන් 450 ක් බව දී ඇත්නම්, 70 ට 1 ක ආනතියක් සහිත මාර්ගයක ඉහළට $60\ kmh^{-1}$ වේගයකින් ගමන් කරන විට දුම්රියේ ත්වරණය සොයන්න. [ගුරුත්වජ ත්වරණය , $g = 9.8\ ms^{-2}$]

(b). ස්වාභාවික දිග l සහ මාපාංකය mg වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක් මත , එක් දාරයක සිට $2l$ දුරකින් වූ අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. තන්තුවේ අනෙත් කෙළවර , ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඈඳා ඇත. සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මගින් P අංශුව , ස්කන්ධය m වූ දෙවැනි Q අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී $OP = PQ = l$ ලෙස Q අංශුව මේසයේ මට්ටමෙන් x ගැඹුරකින් පිහිටයි. යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් , හෝ අන් අයුරකින් හෝ $x^2 = \omega^2[l^2 - (l-x)^2]$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{2l}$ වෙයි.
p අංශුවේ ඇතිවන සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සහ විස්තාරය සොයන්න.
p අංශුව, මේසයේ දාරයට ළඟාවෙන $t = \pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$ මොහොතේ දී බව පෙන්වා, එවිට එහි වේගය සොයන්න.

05)(a). aF, bF, aF, bF හා cF බල පිළිවෙලින් $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක BA, BC, DC, DA පාද දිගේ සහ BD විකර්ණය දිගේ අකුරුවල අනුපිළිවෙල දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. මෙහි $a = AB, b = BC$ සහ $c = BD$ වෙයි. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා , එහි විශාලත්වය, දිශාව සහ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. අනෙකුත් බල පළමු පරිදිම නොවෙනස්ව තිබිය දී DA දිගේ ක්‍රියා කරන බලය $2\ bF$ දක්වා වැඩි කළේ නම් , අලුත් පද්ධතිය, CD දිගේ ක්‍රියා කරන aF බලයකට තල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

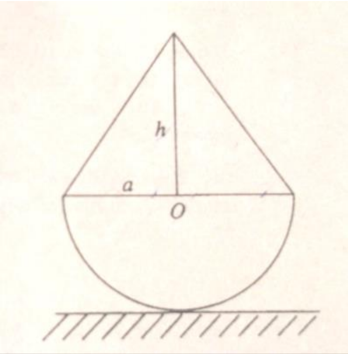
(b). පහත දැක්වෙන රූපයෙහි ABC යනු , සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද AB, BC, CA සැහැල්ලු දඬු තුනකින් සමන්විත ත්‍රිකෝණාකාර රාමු සැකිල්ලකි. මෙහි $AB = AC$ වන අතර, $B\hat{A}C = 120°$ ක් වෙයි. රාමු සැකිල්ල, AB තිරස්ව, සිරස් තලයක පිහිටයි. එය, A හි දී සුමට නාදැත්තකින් ආධාර කරනු ලැබ ඇති අතර, B හි දී නිව්ටන් 100 ක් සහ C හි දී නිව්ටන් w භාර දරයි.



බෝ අංකනය යෙදීමෙන ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ, එමඟින් ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබලත්, w හි අගයත් සොයන්න.

06). දිග $2a$ සහ බර w වූ AB ඒකාකාර ඉණිමගක එක කෙළවරක් වූ A , රළු තිරස් ගෙබිමක් සහ B අනෙක් කෙළෙවර රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. ඉණිමගේ දෙකෙළවරේම සර්ෂණ සංගුණකය μ වෙයි. ඉණිමග ගෙබිමට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත වන අතර බර nw වූ කුඩා බළලෙක් A වලින් පටන්ගෙන ඉණිමග දිගේ සීරුවෙන් ඉහළට නගියි. ඉණිමගෙහි සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේ දී , බළලා ඉණිමග දිගේ $\frac{a}{n(1+\mu^2)}[\mu^2(1+2n)+2\mu(1+n)-1]$ දුරක් නැග ඇති බව පෙන්වන්න.
තවදුරටත් , $\mu=\frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට , $n<\frac{1}{4}$ නම් , ඉණිමග ලිස්සා යාමට පෙර , බළලාට එහි මුදුනට ළඟාවිය හැකි බව පෙන්වන්න.
$n=\frac{1}{4}$ නම් කුමක් සිදුවෙයි ද ?

07). රූපයේ දැක්වෙන වස්තුව , කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයකින් සහ පොදු ආධාරකයෙහි දී දෘඩ ලෙස බද්ධ කරන ලද, ආධාරකයේ අරය a සහ උස h වූ, එම ඝනත්වයම ඇති ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් සමන්විත වේ. කේතුවේ සහ අර්ධ ගෝලයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍ර වලට O සිට දුර , අනුකලනය මඟින් සොයන්න. ඒ නයින්, සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{|h^2-3a^2|}{4(h+2a)}$ දුරකින් පිහිටින බව පෙන්වන්න.



සංයුක්ත වස්තුව ස්වකීය සමමිතික අක්ෂය සිරස් වන පරිදි, අර්ධගෝලාකාර පෘෂ්ඨය රලු තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇත. එය , සමමිතික අක්ෂය සිරස සමග කුඩා කෝණයක් සාදන පරිදි , මෙම සමතුලිත පිහිටීමෙන් යන්තම් විස්ථාපනය කරනු ලැබේ.
$h>\sqrt{3}a$ වෙයි නම් වස්තුව ඇද වැටෙන බව පෙන්වන්න.

i. $h<\sqrt{3}a$,

ii. $h=\sqrt{3}a$

නම් කුමක් සිදුවේ ද?

08)(a). X හා Y යනු S නියැදි අවකාශයට අයත් ප්‍රභින්න සිද්ධි දෙකකි. පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයෙහි අදහස් කෙරෙන්නේ කුමක් දැයි පහැදිලිව ප්‍රකාශ කරන්න.

i. X හා Y සිද්ධි නිරවශේෂ වෙයි
ii. X හා Y සිද්ධි අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ
iii. X හා Y සිද්ධි ස්වායත්ත වෙයි.

A හා B යනු S අවකාශයේ නිරවශේෂ සහ අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකකි. $P(A) = \frac{2}{5}$ වෙයි නම් $P(B)$ සොයන්න.

C යනු , A හා C ස්වායක්ත වූ සහ $P(C) = \frac{1}{2}$ වන පරිදි වූ, S අවකාශයේ තුන්වන සිද්ධියකි $\bar{A}$ සහ $\bar{C}$ මගින් පිළිවෙලින් A හා C හි අනුපූරක සිද්ධි දැක්වෙයි. $\bar{B}$ සහ $\bar{D}$ මගින් පිළිවෙලින් B හා D හි අනුපූරක සිද්ධි දැක්වෙයි.

i. $P(A \cap C)$ ගණනය කරන්න.
ii. $P(A \cup C)$ සොයා $P(\bar{A} \cap \bar{C})$ අපෝහනය කරන්න.
iii. $\bar{A}$ සහ $\bar{C}$ ස්වායක්ත වේ ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

D යනු , B සහ D අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිස්කාර වූ සහ $P(D) = \frac{1}{5}$ වන පරිදි වූ , S අවකාශයේ හතරවන සිද්ධියකි $\bar{B}$ සහ $\bar{D}$ අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිස්කාර වෙයි ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(b). රජයේ සේවකයෙක් , එක්තරා දිනක දී, කාරයෙන්, බසයෙන් හෝ දුම්රියෙන් රාජකාරියට යෑමේ සම්භාවීතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{10}, \frac{2}{5}$ සහ $\frac{1}{2}$ වෙයි. මෙම ගමනාගම ක්‍රම මගින් පමා වී වැඩට යාමේ සම්භාවීතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{5}, \frac{1}{2}$ සහ $\frac{3}{10}$ වෙයි. මෙම දිනයේ දී ඔහු පමා වූයේ නම් , බේස් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ඔහු දුම්රියෙන් ගමන් කර තිබීමේ සම්භාවීතාව ගණනය කරන්න.

09)(a). μ හා σ මගින් $\{x_i; i = 1,2,3 \dots n\}$ අගය කුලකයෙහි , පිළිවෙලින් මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය දක්වේ යැයි ගනිමු. පහත දැවෙන එක් එක් අගය කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

i. $\{x_i + \alpha \,; i = 1,2,3 \dots n\}$; මෙහි α නියතයකි.
ii. $\{\beta x_i; i = 1,2,3 \dots n\}$; මෙහි β නියතයකි.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් , $\{2x_i + 3 \,; i = 1,2,3 \dots n\}$ අගය කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(b). $3, 6, 9, 12, 4, 6, 8, 10, 12, 14, x, y$ සංඛ්‍යා දොලහේ මාතය 6 ද මධ්‍යන්‍යය 8 ද වෙයි.

i. x හා y හි අගය සහ

ii. ඉහත සංඛ්‍යා දොලහේ මධ්‍යස්ථය

සොයන්න.

දැන්, $8 - k, 8, 8 + k$ අතිරේක සංඛ්‍යා තුනක් ඇතුළත් කළ විට , සංඛ්‍යා පහලවේ විචලතාව 12 බව පෙනේ, k සොයන්න.