ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2007 අගෝස්තු
සංයුක්ත ගණිතය II — පැය තුනයි

01)(a). නිශ්චලතාවේ සිට ගමන් අරඹන දුම්රියක් $\frac{1}{3}\,ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් සෘජු මාර්ගයක චලනය වී $v\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගනියි. ඊලඟට, එය v ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යම් කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ චලනය වෙයි. අවසානයේ දී, දුම්රිය $1\,ms^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයකින් චලනය වී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. ගතවූ මුළු කාලය මිනිත්තුවක් වන අතර ගමන් කළ මුළු දුර මීටර 432 ක් වෙයි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරයක් ඇඳ v හි අගය සොයන්න.

(b). මෝටර් බෝට්ටුවක් $u\,kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දිශාවට ගමන් කරන නැවක් දකියි. දකින මොහොතේ දී , පිළිවෙලින් නැගෙනහිර සහ උතුර දිශාවලට වූ Ox, Oy කාටීසීය අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් නැවෙහි ඛණ්ඩාංක $(6d, 2d)$ වෙයි; මෙහි O මූලය බෝට්ටුවෙහි ගනු ලබන අතර, දුර km වලින් මනිනු ලැබේ. බෝට්ටුව, නැව හමුවීම සඳහා, ක්ෂණිකව නැගෙනහිරෙන් උතුරට α සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට $v\,kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් අරඹයි. $\alpha = tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව දී ඇත්නම්, නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවෙහි පෙත අඳින්න. ඒ නයින් , u ඇසුරෙන් v හි අගය සොයා, හමුවීමට ගතවන කාලය පැය $\frac{5d}{2u}$ බව පෙන්වන්න.

02)(a). සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් සෝපානයක සිවිලිමකට සවිකරන ලද සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර තන්තුවේ දෙකෙළවර ස්කන්ධය m සහ km $(k > 1)$ වූ අංශු දරයි . සෝපානය F නියත ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහලට චලනය වීමට සලස්වනු ලබන අතර , එම වෙලාවේම අංශු නිසලතාවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. සෝපානයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුවේ ත්වරණය සොයා , තන්තුවේ ආතතිය $\left[\frac{2km}{(k+1)}\right](g + f)$ බව පෙන්වන්න. වඩා බර අංශුව නිශ්චලතාවේ තිබෙන පරිදි F හි අගය සොයන්න.

(b). ස්කන්ධය m හා 2m වූ කුඩා සුමට ගෝල දෙකක් දිග 2a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්භන්ධ කර ඇත .තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය අචල තිරස් දිග කූරකට ගැට ගසා තන්තුවේ කොටස් දෙක ඇදී තිරස්ව තිබෙන පරිදි ගෝල දෙක එකිනෙකට 2a දුරින් අල්වා තබනු ලැබේ. ගෝල දෙක දැන් නිශ්චල තාවේ සිට එකවර මුදා හරිනු ලැබේ. පළමු ගැටුමෙන් වඩා බර ගෝලය නිශ්චල වන බව දී ඇත්නම් ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න. තවද;

I. දෙවැනි ගැටුමෙන් වඩා සැහැල්ලු ගෝලය නිශ්චල වන බවත් ,
II. ගැටුම් ලක්ෂ්‍යය පිහිටි මට්ටමේ විභව ශක්තිය ශුන්‍ය වේ නම් , දෙවැනි හා තෙවැනි ගැටුම අතර දී පද්ධතියේ මුලු යාන්ත්‍රික ශක්තිය $\frac{mga}{2}$ බව පෙන්වන්න.

03). O කේන්ද්‍රය සහ a අරය සහිත සුමට ගෝලයක්, මේසයක තිරස් පෘෂ්ඨය මතට සවිකර ඇත. සුමට P අංශුවක් ගෝලයෙහි පිටත පෘෂ්ඨයෙහි A ලක්ෂ්‍යයක තබනු ලැබේ; මෙහි OA, උඩු සිරස සමග α සුළු කෝණයක් සාදයි. අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

i. OP, උඩු සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට , අංශුව තවමත් ගෝල පෘෂ්ඨය සමග ස්පර්ශ වී ඇත්නම් $a\dot{\theta}^2 = 2g(\cos\alpha - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.
ii. ගෝලය සහ අංශුව අතර ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.
iii. මේසයේ පෘෂ්ඨයේ සිට $a\left(1+\frac{2}{3}\cos\alpha\right)$ උසක දී, අංශුව ගෝලයෙන් ඉවතට යන බව පෙන්වන්න.
iv. ගෝලයේ සිරස් විශ්කම්භයේ සිට , අංශුව මේසයේ වදින ලක්ෂ්‍යයට දුර d යයි ගනිමු. $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ යැයි දී ඇති විට d සොයන්න.

04). ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළෙවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර , අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. අංශුව සමතුලිතව එල්ලී තිබෙන විට, තන්තුවේ දිග $\frac{3l}{2}$ වෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථ මාපාංකය සොයන්න.

අංශුව, ස්වකීය සමතුලිත පිහිටීමේ සිට a දුරක් සිරස්ව පහළට ඇද, එහි සිට නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. සමතුලිත පිහිටීමේ සිට a දුරක් සිරස්ව පහළට ඇද, එහි සිට නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. සමතුලිත පිහිටීමේ සිට පහළට මනින ලද, අංශුවේ විස්ථාපනය, t කාලයේදී , x වේ. තන්තුව ඇදී තිබෙන තාක් කල් සමතුලිත පිහිටීමේ සිට පහළට මනින ලද, අංශුවේ විස්ථාපනය, t කාලයේ දී , x

වෙයි. තන්තුව ඇදී තිබෙන තාක් $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega^2 = \frac{2g}{l}$ වෙයි.

i. $a < \frac{l}{2}$ අවස්ථාවේදී සිදුවන චලිතයේ කාලාවර්ථය සහ විස්තාරය සොයන්න.

ii. $a = \frac{l}{2} + b\,,(b > 0)$ අවස්ථාවේ දී තන්තුව පළමුවරට බුරුල්වීමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{l}{2g}}\left[\pi - cos^{-1}\left(\frac{l}{l+2b}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න.

$\{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

04)(a). $ABCDEF$ යනු කේන්ද්‍රය O සහ පැත්තක දිග මීටර a වූ සවිධි ෂඩාස්‍රයකි. නිව්ටන්, $p, 2p, 3p, 4p, 5p$ බල පහක් පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DE, EF පාද දිගේ අකුරු පිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. AFO ත්‍රිකෝණයෙහි AF, FO, OA පාද දිගේ ක්‍රියා කරන නිව්ටන් Q, R, S අලුත් බල තුනක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබෙයි.

සංයුක්ත පදධතිය,

i. සමතුලිත වන පරිදි,

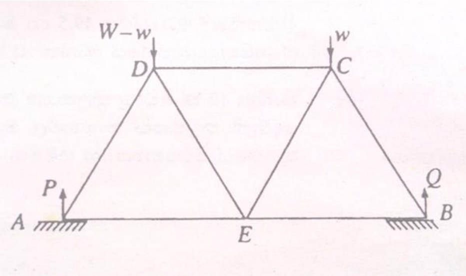
ii. ඝූර්ණය , ABC අතට $Pa\sqrt{3}\, Nm$ වූ යුග්මයකට තල්‍ය වන පරිදි. Q, R, S හි අගයන් , p ඇසුරෙන් සොයන්න.

(b). දිග a සහ බර W වූ ඒකාකාර දණ්ඩක්, අරය a වූ අර්ධ ගෝලාකාර රළු පාත්‍රයක් තුළ, සිරස් තලයක, නිශ්චලව තිබෙයි. දණ්ඩ තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන අතර , සර්ෂණ සංගුණකය $\mu(< \sqrt{3})$ වෙයි. දණ්ඩ පහළ කෙළවර දී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W\cos\theta}{\sqrt{3}-\mu}$ බව පෙන්වා, ඉහළ කෙළවරහි දී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

ඒ නයින්, $\tan\theta = \frac{4\mu}{3-\mu^2}$ බව පෙන්වන්න.

05)(a). $ABCD$ රොම්බසයක් සාදා ඇත්තේ එක එකක දිග $2a$ සහ බර W වූ සමාන ඒකාකාර දඬු හතරක්, ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහස් ලෙස සන්ධි කිරීමෙනි. රොම්බසය A සංධියෙන් එල්ලා ඇති අතර, එහි හැඩය පවත්වා ගනු ලබන්නේ දිග $2a\, sin\alpha$ වූ සැහැල්ලු දණ්ඩක් මගින් BC සහ CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙනි.සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම $4W\, tan\alpha$ බව පෙන්වා, C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(b). රූපයෙහි දැක්වෙන පරිදි රාමු සැකිල්ලක් සමාන දිගින් යුතු සැහැල්ලු දඬු හතක් නිදහස් ලෙස සන්ධිකර සාදා ඇත. A සහ B සුමට ආධාරක මත නිසලව ඇති අතර D හි දී $W-w$ සහ C හි දී w භාර දරයි. A හි දී රාමු සැකිල්ල මත ප්‍රතික්‍රියාව $p=\frac{3W}{4}-\frac{w}{2}$ බව පෙන්වන්න.



$W>2w$ බව දී ඇත්නම්, බෝ අංකනය යෙදීමෙන් සුදුසු ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ , AE, DE සහ DC දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. ඒවා ආතති ද, තෙරපුම් ද , යැයි දක්වන්න. DC හි ප්‍රත්‍යාබලය w ගෙන් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.

07). ශීර්ෂය O අඩ සිරස් කෝණය α සහ උස h වූ , ආධාරකය රහිත කුහර කේතුවක් ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය ρ වූ ඒකාකාර තුනී ලෝහ තහඩුවකින් තනා ඇත. එහි ස්කන්ධය $\pi\sigma h^2 \sec\alpha \tan\alpha$ බව පෙන්වා, එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය පිහිටීම සොයන්න.

එම වර්ගඵලයේ ම ලෝහ තහඩුවකින් සෑදී කේන්ද්‍රය B සහ අරය $h\tan\alpha$ වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක ඉහත කේතුවේ ආධාරකය ලෙස, දැන් සවිකරනු ලැබේ. සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට , O සිට දුර $\frac{h\left(\frac{2}{3}\sec\alpha+\tan\alpha\right)}{\sec\alpha+\tan\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත වස්තුව, අධාරකයේ දාරයේ පිහිටි A නම් ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලනු ලැබේ. AO සහ AB යටිඅත් සිරස සමග සමාන කෝණ සාදයි නම් $\sin\alpha=\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

08)(a). A සහ B යනු සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. B දී ඇති විට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වන $p(A|B)$ අර්ථ දක්වන්න.

i. $p(A|B)=0$
ii. $p(A|B)=$ □$p(A)$

වන විට A සහ B අතර සම්බන්ධතාව ප්‍රකාශ කරන්න.

(b). විමල්, නිමල් හා පියල් නම් යාලුවෝ තිදෙනෙක් දිවා ආහාර පැකට්ටුවක් මිල දී ගැනීම සඳහා ආපන ශාලාවක් වෙත යයි. මස් හෝ මාලු හෝ එළවලු සමඟ බත් පැකට්ටුවක් ආපන ශාලාවේ ඇත. මස් අනුභව නොකරන විමල් මාලු හෝ එළවලු

සමග බත් පැකට්ටුවක් මිලදී ගැනීම තීර්ණය කිරීම සඳහා සාධාරණ කාසියක් උඩ දමයි. මෙය නිරීක්ෂණය කරන නිමල් ද, මස් හා මාලු අතර තීර්ණය කිරීම සඳහා සාධාරණ කාසියක් උඩ දමයි. පියල් එළවලු පැකට්ටුවක් හෝ අනෙත් දෙවර්ගයෙන් පැකට්ටුවක් තීර්ණය කිරීම සඳහා සාධාරණ කාසියක් උඩ දමයි. දෙවනුවට කියූ අවස්ථාවේදී ඔහු මස් හා මාලු අතර තීර්ණය කිරීම සඳහා නැවතත් කාසිය උඩ දමයි.

i. විමල් හා නිමල් එකම වර්ගයේ පැකට්ටුවක් මිලට ගැනීමේ,
ii. නිමල් හා පියල් එකම වර්ගයේ පැකට්ටුවක් මිලට ගැනීමේ,
iii. ඔවුන් තිදෙනාම එකම වර්ගයේ පැකට්ටුවක් මිලට ගැනීමේ,
iv. විමල්, නිමල් හා පියල් වෙනස් වර්ගවල පැකට්ටු මිලට ගැනීමේ,

සම්භාවීතාව සොයන්න.

(c). සිසුවෙකු බහුවර්ණ පරීක්ෂණයකට පෙනී සිටින අතර එක් එක් ප්‍රශ්නයට නිවැරෙදි පිළිතුරු එකක් පමණක් සහිත විය හැකි පිළිතුරු 5ක් තිබේ. සිසුවා පිළිතුර දන්නේ නම් ඔහු නිවැරෙදි පිළිතුර තෝරා ගනියි. එසේ නොමැති විට ඔහු විය හැකි පිළිතුරු 5 අතුරෙන් එකක් සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගනී. ප්‍රශ්න අතුරින් 70% කට නිවැරෙදි පිළිතුර සිසුවා දනී යයි සිතමු.

i. දෙන ලද ප්‍රශ්නයකට සිසුවා නිවැරෙදි පිළිතුර තෝරාගැනීමේ සම්භාවීතාව සොයන්න.
ii. ප්‍රශ්නයකට සිසුවා නිවැරෙදි පිළිතුර තෝරාගෙන ඇත්නම් ඔහු පිළිතුර දැන සිටීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවීතාව සොයන්න.

09)(a). ගාලු පාර ඔස්සේ කොළඹ දෙසට ධාවනය වන පෞද්ගලික බස්රථ වල වේගය පැයට ආසන්න කිලෝමීටරයට කළුතර පාලම අසලදී නිරීක්ෂණය කරන ලදි. රැස්කරන ලද දත්ත පහත වගුවේ දක්වා ඇත.

පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මැද අගය	15	30	45	60	75	90
සංඛ්‍යාතය	10	-	25	30	-	10

ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය 49.5 හා මාතය 55 වෙයි නම්, දී නොමැති සංඛ්‍යාත දෙක නිමානය කරන්න. ඒ නයින්, ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනාය සහ විචලතාව සොයන්න.

(b). සංඛ්‍යා 12ක් අඩංගු කුලකයක සංඛ්‍යාවල මධ්‍යනාය 4 හා සම්මත අපගමනය 2 වේ. සංඛ්‍යා 20 ක් අඩංගු දෙවැනි කුලකයක සංඛ්‍යාවල මධ්‍යනාය 5 හා සම්මත අපගමනය 3 වේ. සංඛ්‍යා 32 ම අඩංගු සංයුක්ත කුලකයේ මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.