

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம்

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2015 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2015 ஆகஸ்ட்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2015

සංයුක්ත ගණිතය II
 இணைந்த கணிதம் II
 Combined Mathematics II



B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (a) P හා Q අංශු දෙකක් අවල තිරස් ගෙබිමක් මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක සිට පිළිවෙළින් u හා $\frac{u}{\sqrt{2}}$ වේගවලින්

සිරස් ව ඉහළට, එක විට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගෙබිම සිට $\frac{u^2}{4g}$ උසකින් අවල සුමට තිරස් සිවිලිමක්

ඇත. සිවිලිමක් එය සමග ගැටෙන P අංශුවක් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{2}}$ වන අතර, අංශු දෙක ගුරුත්වය යටතේ පමණක් ඉහළට හා පහළට චලනය වේ.

(i) P අංශුව සිවිලිම සමග ගැටීමට මොහොතකට පෙර එහි වේගයත්, ගැටීම සිදු වන මොහොත දක්වා ගත වූ T_1 කාලයත් සොයන්න.

P අංශුව එහි ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යය කරා $\frac{u\sqrt{3}}{2}$ වේගයෙන් ආපසු පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

(ii) Q අංශුව, සිවිලිමට යන්නමින් ළඟා වන බව පෙන්වා, එම මොහොත දක්වා ගත වූ T_2 කාලය සොයන්න.

(iii) P හා Q අංශු දෙකෙහි ප්‍රක්ෂේප මොහොතේ සිට ආපසු අදාළ ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍ය වෙතට පැමිණීම දක්වා, ඒවායේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන්, එක ම රූපයක අඳින්න.

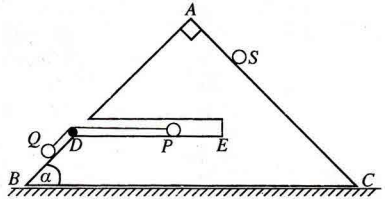
(iv) ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන්, P අංශුව සිවිලිම සමග ගැටෙන මොහොතේ දී Q අංශුව, සිවිලිමට $\frac{u^2}{2g}(\sqrt{2} - 1)^2$ සිරස් දුරක් පහළින් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

(b) S නැවක්, u ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දිශාවට යාත්‍රා කරයි. එහි සරල රේඛීය පෙත P වරායක සිට නැගෙනහිර පැත්තට p ලම්බ දුරකින් පිහිටා ඇත. එක්තරා මොහොතක දී, \overline{PS} හි දිශාව නැගෙනහිරින් දකුණට 45° කෝණයක් සාදන විට දී ම, S නැව හමු වීම සඳහා B_1 හා B_2 සැපයුම් බෝට්ටු දෙකක් P වරායේ සිට වෙනස් දිශා දෙකකට $v\left(\frac{u}{\sqrt{2}} < v < u\right)$ ඒකාකාර වේගයෙන් එක විට ගමන් ඇරඹයි.

මෙම බෝට්ටු පිළිවෙළින් T_1 හා $T_2 (> T_1)$ කාලවල දී S නැවට ළඟා වේ. $\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ බව තවදුරටත් දී ඇත්නම්, S නැවට සාපේක්ෂ ව B_1 හා B_2 බෝට්ටුවල චලිත සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි දළ සටහන් එක ම රූපයක ඇඳ, P වරායේ සිට S නැව වෙත ගමන් කිරීමේ දී B_1 හා B_2 බෝට්ටුවල නියම චලිත දිශා සොයන්න.

තවදුරටත්, $T_2 - T_1 = \frac{2\sqrt{3}p}{u}$ බව පෙන්වන්න.

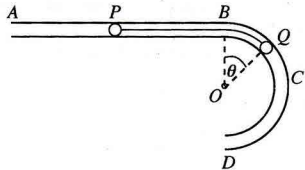
12. (a) දී ඇති රූපයේ, ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. කුඤ්ඤය තුළ BC ට සමාන්තර වූ DE සිහින් සුමට පිල්ලක් ඇත. AB හා AC රේඛා, අදාළ මුහුණත්වල C පරිම බැවුම් රේඛා වන අතර $\angle ABC = \alpha$ හා $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ වේ.



BC අඩංගු මුහුණත අවල සුමට තිරස් මෙසයක් මත සිටින පරිදි කුඤ්ඤය තබා ඇත. එක එකක ස්කන්ධය m වූ P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් DE හා DB මත තබා ඒවා, D ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටි කුඩා සුමට සැහැල්ලු කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිභ්‍රතය තත්තුවකින් ඇදා ඇත. ස්කන්ධය $\frac{m}{2}$ වූ S අංශුවක් AC මත ලක්ෂ්‍යයක තබා P හා Q සම්බන්ධ කෙරෙන තත්තුව ඇදී තිබිය දී, පද්ධතිය මෙම පිහිටීමෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

P අංශුවට ED දිගේ ද Q අංශුවට DB දිගේ ද S අංශුවට AC දිගේ ද වලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. තවදුරටත්, මුළු පද්ධතියට ම BC දිගේ වලිත සමීකරණය ලියන්න. ඒනගින්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය \vec{BC} හි දිශාවට $\frac{mgsin\alpha}{2M + 3m - 2m\cos\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $ABCD$ සිහින් සුමට නලයක් පහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට නවා ඇත. නලයේ AB කොටස සෘජු වේ. BCD කොටසට අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අර්ධ වෘත්තාකාර හැඩයක් ඇති අතර BD විෂ්කම්භය AB ට ලම්බ වේ. AB තිරස් ව හා ඉහළින් ම ඇතිව නලය සිරස් නලයක සවිකර ඇත. නලය ඇතුළත, ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය $3m$ වූ Q අංශුවක් $l > \frac{\pi a}{2}$ දිගැති සැහැල්ලු අවිභ්‍රතය තත්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී, තත්තුව ඇදී AB දිගේ තිබෙන අතර Q අංශුව B ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඇත. Q අංශුව මෙම පිහිටීමේ සිට යන්තමින් විස්ථාපනය කරනු ලැබීමෙන් t කාලයක දී OQ අරය θ සුළු කෝණයකින් හැරේ.



ගත්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{3g}{2a}(1 - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

ඒනගින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, P අංශුවේ ත්වරණය $\frac{3g}{4}\sin\theta$ බව පෙන්වන්න.

t කාලයේ දී Q අංශුව මත නලයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව හා තත්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

13. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තත්තුවක එක කෙළවරක් අවල A ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. A හි මට්ටමට ඉහළින් සවිකරන ලද B කුඩා සුමට නාදැත්තක් උඩින් තත්තුව යන අතර, තත්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. AB දුර a වන අතර, BA යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය $\frac{\pi}{3}$ වේ. ආරම්භයේ දී P අංශුව B නාදැත්තට යන්තමින් පහළින් තබා සිරස් ව පහළට $u = \sqrt{\frac{5ga}{8}}$ වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය t වන විට තත්තුවේ විභවය x ගැයි ගනිමු. P අංශුවෙහි සරල අනුවර්ති වලිතය සඳහා සමීකරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $X = x - \frac{a}{2}$ හා $\omega^2 = \frac{2g}{a}$ වේ. මෙම වලිත සමීකරණය සඳහා, $\dot{X}^2 = \omega^2 (A^2 - X^2)$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින්, සරල අනුවර්ති වලිතයේ විස්තාරය $A = \frac{3a}{4}$ බව පෙන්වා, අංශුව ළඟා වන පහත් ම පිහිටීම වූ E ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

සරල අනුවර්ති වලිතයේ C කේන්ද්‍රය පසු කර අංශුව යන විට එහි වේගය $\frac{3u}{\sqrt{5}}$ බව පෙන්වන්න.

අනුරූප වෘත්ත වලිතය සැලකීමෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, P අංශුව පහළට වලිතය වීමේ දී C පසු කර යෑමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{a}{2g}} \left[\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \right]$ බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත්, P අංශුව එහි පහත් ම පිහිටීම වූ E වෙත ළඟා වීමට ගන්නා කාලයත්, නාදැත්ත මත තත්තුවෙන් ඇති කරනු ලබන බලයේ උපරිම විශාලත්වයත් සොයන්න.

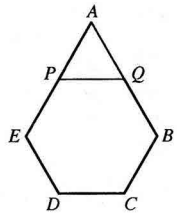
14. xy -තලයේ O මූලය අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික, සුපුරුදු අංකනයෙන්, පිළිවෙලින් $i + j, 2i + 3j$ හා $4i + 2j$ වේ. $\vec{BP} = \frac{1}{3} \vec{BC}$ වන පරිදි BC මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. $ABCD$ ත්‍රිපිඤ්ඤ D ශීර්ෂය ගනු ලබන්නේ BC පාදය AD ට සමාන්තර වන පරිදි ද PD, AC ට ලම්බ වන පරිදි ද වේ. D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{11}{3}i - \frac{1}{3}j$ බව පෙන්වන්න.

දුර මීටරවලින් ද බලය නිව්ටනවලින් ද මනින ලද, xy -තලයෙහි බල හතරකින් සමන්විත වන පද්ධතියක් පහත දැක්වෙන පරිදි දී ඇත.

| ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක | බලයේ Ox, Oy දිශාවලට සංරචක |
|-----------------------------|-----------------------------|
| $B(2, 3)$ | $F_1 = (2, 4)$ |
| $C(4, 2)$ | $F_2 = (3, 1)$ |
| $L(0, 1)$ | $F_3 = (6, 12)$ |
| $M(0, 6)$ | $F_4 = (9, 3)$ |

- (i) F_1 හා F_2 බල දෙකෙහි O මූලය හා $A(1, 1)$ ලක්ෂ්‍යය වටා සුර්ණ ශුන්‍ය වන බව පෙන්වා, ඒනයිත්, F_1, F_2, F_3 හා F_4 බල හතරෙන් සමන්විත පද්ධතියෙහි O මූලය වටා G සුර්ණය දක්ෂිණාවර්ත අතට 60 N m විශාලත්වයෙන් යුතු වන බව පෙන්වන්න.
- (ii) පද්ධතියෙහි R සම්ප්‍රසන්නයේ (X, Y) සංරචක සොයන්න. ඒනයිත්, R හි ක්‍රියා රේඛාවට y -අක්ෂය හමු වන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.
- (iii) බල පද්ධතිය $(0, -4)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි ක්‍රියා කරන තනි බලයකින් හා සුර්ණය G_1 වූ යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලැබේ. G_1 හි අගය සොයා, තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $D(\frac{11}{3}, -\frac{1}{3})$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන බව පෙන්වන්න.

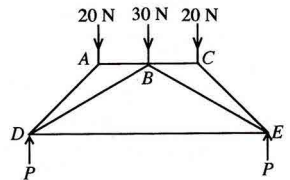
15. (a) AB, BC, CD, DE හා EA ඒකාකාර බර දඬු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලින් සුමට ලෙස සන්ධි කර රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $ABCDE$ පංචාස්‍රයක හැඩයේ රාමු සැකිල්ලක් සාදා ඇත. BC, CD හා DE දඬු එක එකක දිග l හා බර W වේ. AB හා EA දඬු එක එකක දිග $2l$ හා බර $2W$ වේ. දිග l වූ සැහැල්ලු PQ දණ්ඩක P හා Q දෙකෙළවර පිළිවෙලින් AE හා AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යවලට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. A සන්ධියෙන් නිදහස් ලෙස එල්ලා ඇති රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව පිහිටයි.



B සන්ධියෙහි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක වන (X, Y) ද PQ සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම වන T ද නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. ඒනයිත්, B සන්ධියේ දී AB දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයා, $T = \frac{7W}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) දෘඪ සැහැල්ලු දඬු හතක් ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර සාදා ගත් සමමිතික රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ. AB, BC හා DE දඬු තිරස් වේ. $\hat{ADE} = \hat{CED} = 45^\circ$ සහ $\hat{BDE} = \hat{BED} = 30^\circ$ වේ. රාමු සැකිල්ලට A, B හා C සන්ධිවල දී රූපයේ දැක්වෙන භාර යොදා ඇති අතර, D හා E සන්ධිවල දී සමාන P සිරස් බලවලින් ආධාර කර ඇත. P හි අගය සොයන්න.

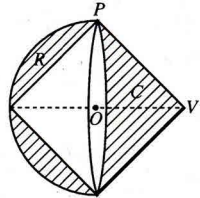
බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, A හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න. ඒනයිත්, AD, AB, DE හා DB දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා, ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.



16. ආධාරකයේ අරය a හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන කේතුවක හා අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රවල පිහිටුම්, අනුකලනය භාවිතයෙන් සොයන්න.

ස්කන්ධය M , අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයකින්, ආධාරකයේ අරය a හා උස a වූ C නම් සෘජු වෘත්ත කේතුව ඉවත් කිරීමෙන් ලැබෙන ඝන වස්තුව R යැයි ගනිමු. M ඇසුරෙන් R ඝන වස්තුවේ ස්කන්ධය, හා ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

ඊළඟට රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට S සංයුක්ත වස්තුවක් සෑදෙන පරිදි C ඝන කේතුව R ඝන වස්තුවට සම්බන්ධ කරනු ලැබේ. මෙහි දී C හි ආධාරකයේ වෘත්තාකාර දාරය R හි ගැටියට දෘඪ ලෙස සම්බන්ධ කරනු ලබන්නේ ගැටියේ O කේන්ද්‍රය C හි ආධාරකයේ කේන්ද්‍රය සමග සම්පාත වන පරිදි ය.



S සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය G , එහි සමමිතික අක්ෂය මත, ආධාරකවල පොදු කේන්ද්‍රය වන O සිට $\frac{a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

- (a) S සංයුක්ත වස්තුව, දාරයේ P ලක්ෂ්‍යයකින් නිදහස් ලෙස ඵල්ලනු ලැබේ.
 - (i) සමමිතික අක්ෂය වන OV හි තිරසර ආනතිය සොයන්න; මෙහි V යනු C හි ශීර්ෂයයි.
 - (ii) සමමිතික අක්ෂය තිරස් ලෙස තබා ගැනීම සඳහා V ශීර්ෂයට ඇදිය යුතු අංශුවේ m ස්කන්ධය, M ඇසුරෙන් සොයන්න.
- (b) V හි දී සම්බන්ධ කරන ලද m ස්කන්ධය ද සහිත S සංයුක්ත වස්තුව, ඵල්ලන ලද ලක්ෂ්‍යයෙන් ඉවත් කර, එහි අර්ධගෝලීය පෘෂ්ඨය අවල සුමට තිරස් තලයක ඇතිව සමතුලිතව තබනු ලැබේ. OV අක්ෂය හා උඩු අත් සිරස අතර කෝණයේ අගය පරාසය සොයන්න.

17. (a) මිනිසෙක්, යතුරු පැදිය, පා පැදිය හෝ පයින් යන ගමන් ක්‍රම තුනෙන් එකක් පමණක් යොදා ගනිමින්, නිශ්චිත මාර්ගයක් දිගේ අනතුරු සහිත ගමනක් යයි.

මිනිසා මෙම ගමනාගමන ක්‍රම යොදා ගැනීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $p, 2p$ හා $3p$ වේ නම්, p හි අගය සොයන්න.

ඔහු මෙම ගමනාගමන ක්‍රම යොදා ගැනීමේ දී අනතුරක් සිදු වීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ සහ $\frac{1}{20}$ වේ නම්, තනි ගමනක දී අනතුරක් සිදු වීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

ගමන අතරතුරේ දී මිනිසාට අනතුරක් සිදු වී ඇති බව දන්නේ නම්, මිනිසා ගමන් කරමින් සිටියේ,

- (i) යතුරු පැදියෙන්, (ii) පා පැදියෙන්, (iii) පයින්

විමෝදන ආරක්ෂිත වූයේ කුමන ගමනාගමන ක්‍රමය ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(b) කාර්මික විද්‍යාල සිසුන් 100 ක කණ්ඩායමක් මහා මාර්ගයක එක්තරා කොටසක් මතින ලද අතර, ඔවුන්ගේ මිනුම් පහත සඳහන් සංඛ්‍යාත වගුවේ දක්වා ඇත.

| | | | | | | | |
|----------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| දිග (මීටර) x | 99.8 | 99.9 | 100.0 | 100.1 | 100.2 | 100.3 | 100.4 |
| සංඛ්‍යාතය f | 5 | 7 | 12 | 33 | 25 | 15 | 3 |

උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}_a = 100.1$ හා $d = 0.1$ සඳහා, $y = \frac{x - \bar{x}_a}{d}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන්, අනුරූප y හා y^2 අගයන් ඇතුළත් කෙරෙන පරිදි ඉහත වගුව විස්තීර්ණය කරන්න. y හි මධ්‍යන්‍යය සොයා, ඒනයිත් x හි මධ්‍යන්‍යය 100.123 බව පෙන්වන්න.

$\sqrt{1.917} \approx 1.385$ බව ගනිමින්, සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය, ආසන්න වශයෙන් දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදි ව, ගණනය කරන්න.