

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2017 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2017 ஔகஸ்து
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2017

සංයුක්ත ගණිතය I
 இணைந்த கணிதம் I
 Combined Mathematics I



B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) = 3x^2 + 2ax + b$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රතිඵල මූල දෙකක් තිබෙන බව දී ඇත. $a^2 > 3b$ බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හි මූල α හා β යැයි ගනිමු. a ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ ද b ඇසුරෙන් $\alpha\beta$ ද ලියා දක්වන්න.

$|\alpha - \beta| = \frac{2}{3}\sqrt{a^2 - 3b}$ බව පෙන්වන්න.

$|\alpha + \beta|$ හා $|\alpha - \beta|$ ස්වකීය මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය

$9x^2 - 6(|a + \sqrt{a^2 - 3b}|)x + 4\sqrt{a^2 - 3b} = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(b) $g(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ වේ. $(x-1)(x+2)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $3x+2$ වේ. $(x-1)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 5 බව හා $(x+2)$ මගින් $g(x)$ බෙදූ විට ශේෂය -4 බව පෙන්වන්න.

p හා q හි අගයන් සොයා $(x+1)$ යන්න $g(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

12. (a) x හි ආරෝහණ බල වලින් $(5 + 2x)^{14}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.

$r = 0, 1, 2, \dots, 14$ සඳහා ඉහත ප්‍රසාරණයේ x^r අඩංගු පදය T_r යැයි ගනිමු.

$x \neq 0$ සඳහා $\frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{2(14-r)}{5(r+1)}x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්, $x = \frac{4}{3}$ වන විට, ඉහත ප්‍රසාරණයෙහි විශාලතම පදය ලබාදෙන r හි අගය සොයන්න.

(b) $c \geq 0$ යැයි ගනිමු. $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\frac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \frac{1}{r+c} - \frac{1}{r+c+2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නමින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n \frac{2}{(r+c)(r+c+2)} = \frac{(3+2c)}{(1+c)(2+c)} - \frac{1}{(n+c+1)} - \frac{1}{(n+c+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{2}{(r+c)(r+c+2)}$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඵලය සොයන්න.

c සඳහා සුදුසු අගයන් සහිත ව මෙම ඵලය භාවිතයෙන්, $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r+2)} = \frac{1}{3} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r+1)(r+3)}$ බව පෙන්වන්න.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ -1 & b & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & b & 0 \end{pmatrix}$ හා $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$AB^T = P$ බව දී ඇත; මෙහි B^T මගින් B න්‍යාසයෙහි පෙරළම දැක්වේ. $a = 1$ හා $b = -1$ බව පෙන්වා, a හා b සඳහා මෙම අගයන් සහිත ව $B^T A$ සොයන්න.

P^{-1} ලියා දක්වා, එය භාවිතයෙන්, $PQ = P^2 + 2I$ වන පරිදි Q න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වූ ඒකක න්‍යාසයයි.

(b) ආගන්ථි සටහනක, $|z| = 1$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයන්හි පරාස වූ C හි දළ සටහනක් අඳින්න.

$z_0 = a(\cos \theta + i \sin \theta)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ. $\frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා එක එකක මාපාංකය a ඇසුරෙන් ද ප්‍රධාන විස්තාරය θ ඇසුරෙන් ද සොයන්න.

P, Q, R හා S යනු පිළිවෙලින් $z_0, \frac{1}{z_0}, z_0 + \frac{1}{z_0}$ හා z_0^2 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ඉහත ආගන්ථි සටහනෙහි නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු.

P ලක්ෂ්‍යය ඉහත C මත පිහිටන විට

- (i) Q හා S ලක්ෂ්‍ය ද C මත පිහිටන බවත්
- (ii) R ලක්ෂ්‍යය තාත්ත්වික අක්ෂය මත 0 හා 2 අතර පිහිටන බවත් පෙන්වන්න.

14. (a) $x \neq 1, 2$ සඳහා $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 1, 2$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{x(4-3x)}{(x-1)^2(x-2)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

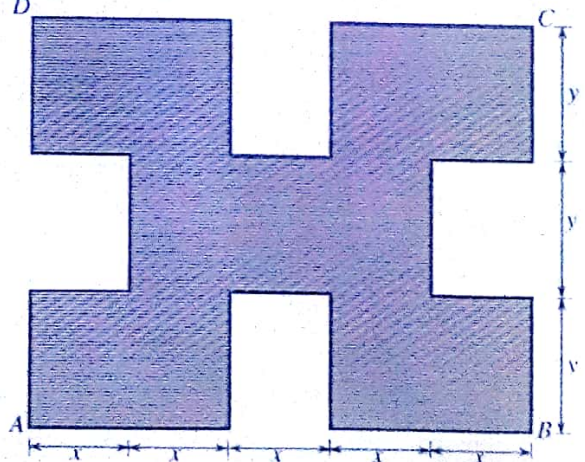
ස්පර්ශෝත්මවෘත්ත හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් $\frac{x^2}{(x-1)(x-2)} \leq 0$ අසමානතාව විසඳන්න.

(b) යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති අඟුරු කළ පෙදෙසෙහි D

වර්ගඵලය 385 m^2 වේ. මෙම පෙදෙස ලබාගෙන ඇත්තේ දිග මීටර $5x$ ද පළල මීටර $3y$ ද වූ $ABCD$ සාජුකෝණාස්‍රයකින්, දිග මීටර y ද පළල මීටර x ද වූ සර්වසම සාජුකෝණාස්‍ර හතරක් ඉවත් කිරීමෙනි. $y = \frac{35}{x}$ බව පෙන්වා, අඟුරු කළ පෙදෙසෙහි මීටරවලින් මනින ලද පරිමිතිය P යන්න $x > 0$ සඳහා $P = 14x + \frac{350}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

P අවම වන පරිදි x හි අගය සොයන්න.



15. (a) (i) $\frac{1}{x(x+1)^2}$ හි නිකුත් භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, ඒ නිසි. $\int \frac{1}{x(x+1)^2} dx$ සොයන්න.

(ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int xe^{-x} dx$ සොයා, ඒ නිසි. $y = xe^{-x}$ වක්‍රයෙන් ද $x = 1$, $x = 2$ හා $y = 0$ සරල රේඛාවලින් ද ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

(b) $c > 0$ හා $I = \int_0^c \frac{\ln(c+x)}{c^2+x^2} dx$ යැයි ගනිමු. $x = c \tan \theta$ ආදේශය භාවිතයෙන්,

$$I = \frac{\pi}{4c} \ln c + \frac{1}{c} J \text{ බව පෙන්වන්න; මෙහි } J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan \theta) d\theta \text{ වේ.}$$

a නියතයක් වන $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, $J = \frac{\pi}{8} \ln 2$ බව පෙන්වන්න.

$$I = \frac{\pi}{8c} \ln(2c^2) \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

16. $m \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $P \equiv (0, 1)$ ලක්ෂ්‍යය $y = mx$ මගින් දෙනු ලබන l සරල රේඛාව මත නොපිහිටි බව පෙන්වන්න.

l ට ලම්බව P හරහා වූ සරල රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක බන්ධාංක $(-mt, t+1)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

ඒ නිසි. P සිට l ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය වූ Q ලක්ෂ්‍යයෙහි බන්ධාංක $\left(\frac{m}{1+m^2}, \frac{m^2}{1+m^2}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

m විචලනය වන විට, Q ලක්ෂ්‍යය $x^2 + y^2 - y = 0$ මගින් දෙනු ලබන S වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වා, Q හි පඵලේ දළ සටහනක් xy -තලයෙහි අඳින්න.

තව ද $R \equiv \left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4}\right)$ ලක්ෂ්‍යය S මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

R ලක්ෂ්‍යයේ දී S බාහිරව ස්පර්ශ කරන හා x -අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටන S' වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

S' හි කේන්ද්‍රය ම කේන්ද්‍රය ලෙස ඇතිව S අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

17. (a) (i) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ සඳහා $\frac{2 \cos(60^\circ - \theta) - \cos \theta}{\sin \theta} = \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) රූපයේ පෙන්වා ඇති $ABCD$ වකුරප්‍රයෙහි $AB = AD$, $\hat{ABC} = 80^\circ$, $\hat{CAD} = 20^\circ$ හා $\hat{BAC} = 60^\circ$ වේ. $\hat{ACD} = \alpha$ යැයි ගනිමු. ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින නීතිය භාවිතයෙන්, $\frac{AC}{AB} = 2 \cos 40^\circ$ බව පෙන්වන්න.

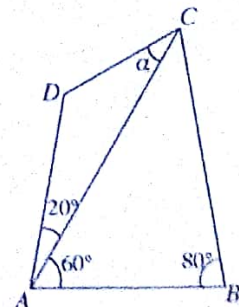
මෙලෙස ADC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින නීතිය භාවිතයෙන්,

$$\frac{AC}{AD} = \frac{\sin(20^\circ + \alpha)}{\sin \alpha} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$\sin(20^\circ + \alpha) = 2 \cos 40^\circ \sin \alpha$ බව අපෝහනය කරන්න.

$$\text{ඒ නිසි. } \cot \alpha = \frac{2 \cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

දැන්, ඉහත (i) හි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $\alpha = 30^\circ$ බව පෙන්වන්න.



(b) $\cos 4x + \sin 4x = \cos 2x + \sin 2x$ සමීකරණය විසඳන්න.