

ශ්‍රී ලංකා ටොර දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උපය පෙළ) විභාගය, අමත්‍යේතු 1989  
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1989

(01) ඉදිධ ගණිතය I	විභාග ආකෘති
(01) Pure Mathematics I	01   S   I

පෑ දැනටි / Three hours

ප්‍රාග්‍රැන් හා ප්‍රාග්‍රැන් ප්‍රාග්‍රැන් හා ප්‍රාග්‍රැන්.

1. (i)  $U_r$  යුතු

$$\frac{1}{2} + \frac{1.4}{2.5} + \frac{1.4.7}{2.5.8} + \frac{1.4.7.10}{2.5.8.11} + \dots$$

ඡ්‍රැඩියන් ර වෙති පදය වෙ.

$U_r$  අප්‍රාග්‍රැන්  $U_{r+1}$  ප්‍රාග්‍රැන් කරන්න.

$f(r)$  යුතු  $f(r) - f(r-1) = U_r$  අ‍ං  $A$  හා  $B$  යුතු නියෙන් ද වන  $f(r) = (Ar + B) U_{r+1}$  වන ආප්‍රාග්‍රැන් වූ  $r$  හි තුළයන්.

$A$  හා  $B$  හි අයන් සෙවා රී තැබීන්

$$\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{2} \left\{ \frac{4.7.10. \dots .(3n+1)}{2.5.8. \dots .(3n-1)} - 1 \right\}$$

විට පෙන්වන්න.

- (ii)  $n$  පිළි ම නිවේදන් යාදා මුදා  $3.5^{2n+1} + 2^{3n+1}$  යෙති 17 න් බෙදාන විට ගණිත අභ්‍යන්තරයේ පාඨමය කරන්න.

ස්ථානීය ප්‍රමාණයේ මිනින් අ‍ං ප්‍රාග්‍රැන් හා ප්‍රාග්‍රැන් හා ප්‍රාග්‍රැන් හා ප්‍රාග්‍රැන්.

2. (i) එන පාඨම දෙකක සම්බන්ධ මධ්‍යමය රේඛාලේ ඉගෙන්ත්තර මධ්‍යමයාව විවිධ විශාල ගණ් ප්‍රාග්‍රැන් වන් විට පෙන්වන්න.

රී තැබීන් හෝ දැන් ප්‍රමාණයන් හෝ  $n > r \geq 0$  හම

$$\frac{(n+1)}{2} \geq \sqrt{(n-r)(r+1)}$$

සිංහල  $n \geq 1$  නිවේදන් යාදා

$(n+1)^n \geq 2^n n!$  විට අභ්‍යන්තරය කරන්න.

- (ii)  $a, b, c$  නියෙන වින  $ax^2 + bx + c = 0$  සම්කිරුණු මූල වන  $\alpha, \beta$  අප්‍රාග්‍රැන්  $acx^2 - b(c+a)x + (c+a)^2 = 0$  සම්කිරුණු මූල ප්‍රකාශ කරන්න.

$$(iii) \frac{x^2 + 9x - 20}{x^2 - 11x + 30} \geq -1$$

අභ්‍යන්තරවා සඟා වන  $x$  හි අය පරාභය සෙවයන්න.

3. (i)  $f(x) = 2x^4 + (3k-4)x^3 + (2k^2-5k-5)x^2 + (2k^3-2k^2-3k-6)x + 6$  අ‍ං  $x^2 - k$  යාධියන් වන පරිදි  $k$  හි අයන් සෙවයන්න.

$k$  හි එක් එක් අය අනුරුද්‍ය  $f(x)$  හි ඉතිරි සාධාන සෙවයන්න.

$$(ii) x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy = \frac{1}{2} \{ (y-z)^2 + (z-x)^2 + (x-y)^2 \}$$

$x = b + c - a, y = c + a - b, z = a + b - c,$  හම

$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$  විට අභ්‍යන්තරය කරන්න.

4. දින පුරුණ සංඛ්‍යාවය දැක්වයේ පදනම අනුදා අ මූලිකරු ප්‍රමාණය ප්‍රකාශ කරන්න.

$$z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta \text{ യെന്ന് } z^n - \frac{1}{z^n} = 2i \sin n\theta \quad \text{എല്ലാം പറയാം.}$$

$$\left(z + \frac{1}{z}\right)^8 \text{ மற்றும் } \left(z - \frac{1}{z}\right)^8 \text{ தீர்வுகளையும் காட்டியிருக்கின்றன}$$

$$(c) \quad 64(\cos^8\theta + \sin^8\theta) = \cos 8\theta + 28\cos 4\theta + 35,$$

(q)  $8(\cos^8\theta - \sin^8\theta) = \cos 6\theta + 7 \cos 2\theta$  නිවාර්තනයෙහි  
 $\cos 6\theta = -7 \cos 2\theta$  යොමු කළ වේ.

5.  $P_0$ ,  $P_1$  සහ  $P_2$  ලක්ෂණ පිළිවෙශීන්  $z_0$ ,  $z_1$  සහ  $z_2$  සංයීරණ පාථා තිරුපත්‍ය කරනු ලැබම.

$$\frac{P_0 P_2}{P_0 P_1} = \lambda > 0 \text{ കമി ഹി } \angle P_1 P_0 P_2 = \theta \text{ കമി}$$

( $z_2 - z_0$ ) සහ  $(z_1 - z_0) (\cos \theta + i \sin \theta)$  යෙනිරුව සම්බන්ධ කෙරුව ලබන ලක්ෂණ ලාභ ගැනීම දසා රෘතියේ නිරූපණ ඉදිරිපෑස් හරු  $z_2 = z_0 + \lambda (z_1 - z_0) (\cos \theta + i \sin \theta)$  ට විට අවබෝග කරයෙකු ; එමින්  $\theta$  එහිවිනා අකව තුළ ඇත.

6. (i) රුක්කයක එකිනෙකින් වෙනත් 16 ක් තීව්ලන අතර 3 ක් විශාලීනය, 4 ක් කළුනය, 3 ක් රුක්කාලීය සහ ඇත්ත්තූ තුළක්කාලීය වේ. නොවම් ආකාර විෂ්ටි යෝජ් විශාලී කර තැබුයා හායි යුතු යුතුයි? එක උක්ක විශාලී අයන් පෙන් එකට විශාලී යොමු කිරීම් විශාලී පෙන් මෙයින් දෙමුවන්.

$$(ii) \quad (5\sqrt{2} + 7)^{\frac{1}{3}} - (5\sqrt{2} - 7)^{\frac{1}{3}} \quad \text{ಯෝගී 2 ට යම්කා බව පෙන්වන්න.}$$

7. ඔහා සුරත් සංචාරක දැරණියක් සඳහා දුටිපද ප්‍රමාණය ප්‍රකාශ කර සාධිතාය කරන්න.

(d)  $x = \frac{1}{2}$  වන ටිබා,  $(\frac{1}{2} + x)^9$  හි  $x$  වල ආරෝහණ බල විවිධ ප්‍රතිච්ඡලයේ විදිකම් පදනම් අය සොයුන්න.

(q)  $(1+x)^n = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots + c_n x^n$  ഒരു  $c_r/c_{r-1}$  ദി അന്തരാളത്തിൽ  $r(c_r + c_{r-1}) = (n+1)c_{r-1}$  എന്ന വിശദപരമായ പരിഗണിക്കുന്നു.

•  $(v + t_{\mu-1}) = w + t_{\mu-1}$  යෙදු ලබයි.

$\sigma_0 \pm 3\sigma \pm 5\sigma \pm \dots \pm 63\sigma$

$$e_0 + \omega_1 + \omega_2 +$$

- S. (ii)  $\frac{\sin x}{x}$  හි රුක්ත්ජන්හාය ප්‍රමුදලධරම විවිධ තොයන්හා.

- (ii) පාහන දැක්වෙන දුය x විෂයයෙන් අවකලනය කර මිලේ ප්‍රතිපලය සරලම් ආකෘතියෙන් ලැබේ.

$$\cos^{-1} \left( \frac{a \cos x + b}{b \cos x + a} \right); \text{ അംഗി } a \text{ യും } b \text{ യും } \text{ നീങ്കു ലേഡി }$$

- (iii)  $y$  යෙනු  $x$  හි ප්‍රිතියක් වන අනර  $x = \tan \theta$ .

$\frac{dy}{d\theta}$  അഥ  $\frac{d^2y}{d\theta^2}$  എപ്പുമെന്ത്  $\frac{d^2y}{dx^2}$  പ്രകാര കരഞ്ഞോ.

$$(1 + x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + y = 0 \text{ 例題}$$

$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$  බල සාධනය කරන්න.

9. ගොටුව වියයෙක් අනුකූලතය උපයෝගී කරගනින්න

$$\int \sin(\log x) dx$$

ශේෂයක් වන

$$I = \int x^r \sin(\log x) dx \quad \text{සහ} \quad J = \int x^r \cos(\log x) dx$$

නම්

$$\left(1 + \frac{r}{2}\right) I - \frac{r}{2} J = \frac{x^{r+1}}{2} \{ \sin(\log x) - \cos(\log x) \} + \text{නියයක්$$

මව යාදිනය කරන්න.

$x^{r+1} \sin(\log x)$  අනුකූලතය කිරීමෙන් ගෝ අන් තුළයෙන්  $I$  සහ  $J$  ආතර මව් ගැටුවන්දයෙක් 'උබාග්‍රහණ

$$I = \frac{x^{r+1}}{r^2 + 2r + 2} \{ (r+1) \sin(\log x) - \cos(\log x) \} + \text{නියයක්$$

මව දෙප්පනය කරන්න.

ඒකැන්  $a$  සහ  $b$  නිය වන  $\int e^{ax} \sin bx dx$  අනෙකුන්න.

10. (i)  $\int_a^b f(x) dx$  නිශ්චිත අනුකූලය නිමානය කිරීම සඳහා පිළිසන් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

පෙන වගුව උපයෝගී කරගනින්න පිළිසන් නීතිය මගින්  $\int_{1.00}^{1.30} \sqrt{x} dx$  අනුකූලය අනෙකුන්න.

$x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30
$\sqrt{x}$	1.00000	1.02470	1.04881	1.07238	1.09544	1.11803	1.14017

(ii)  $f(x) = \log(1 + x + x^2)$  නම්

$$(1 + x + x^2)'(x) = 1 + 2x \quad \text{වේ පෙන්වන්න.}$$

එහින්  $n = 2, 3, 4, 5$  සඳහා  $x = 0$  දී  $f(x)$  හි  $n$  වෙනි එයුත්තාගෙන් අඟ වන  $f^{(n)}(0)$  අනෙකුන්න.

$x^3$  අඟ දෙවන්  $f(x)$  හි ඔක්සැල්පින් ප්‍රාගාරණය උබාග්‍රහණ අනෙකුන්න.

11.  $x = 2a \cos \theta - a \cos 2\theta$

$$y = 2a \sin \theta - a \sin 2\theta \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

පරිමිතික ස්ථිරණ මගින් දෙවන ලබා විනුය අනුකූලය කරන්න.

෉හා ස්ථිරණ දෙමින්  $\theta$  ඉවත් කර  $x$  සහ  $y$  ආතර ස්ථිරුවන් නීතියක් උබාග්‍රහණ අනෙකුන්න.

මෙම ස්ථිරණය මගින් නීතුපාඨය කරන විනුය පරිමිතික ස්ථිරණ මගින් නීතුපාඨය කරනු ලබන විනුයන් මට්ටම් පින්තෙන් ඇතුළේ ද?

12.  $x^2 = 4y$  සහ  $x^2 = y^3$  විනු විල හැඳු සටහන් එකම රුපයක අදින්න.

පුවම විනුපාදය තුළ මෙම විනු දෙක මගින් අන්තර්ගත කරනු ලබන S වර්ගාලය නොයෙන්න.

S පාශ්‍රකේත්‍ය සකර්ධීන් (a)  $x - \text{අක්ෂය}$  (b)  $y - \text{අක්ෂය}$  විවා ප්‍රමාණය කිරීමේදී ජනනය වන පරිමාව අනෙකුන්න.